

Министерство на образованието,
младежта и науката

61. Национална олимпиада по математика

Областен кръг, втори ден, 9 април 2012 г.

Тема за 12. клас

Задача 4. Да се намерят стойностите на реалния параметър a , за които уравнението

$$\lg(\lg(x^3 + ax + 1)) = \lg(\lg(2x^3 + a))$$

има точно едно решение.

Задача 5. а) Да се намери броят на реалните корени на уравнението $x = \cos x$.

б) Нека $a_1, a_2, \dots$ е редица от реални числа, за които $a_{n+1} = \cos a_n$ при $n \geq 1$. Да се докаже, че редицата е сходяща.

Задача 6. Нека a е реално число и $P(x)$ е неконстантен полином с реални коефициенти така, че $P(x^2 + a) = (P(x))^2$ за всяко реално число x . Да се докаже, че $a = 0$.

Време за работа: 4 часа и 30 минути.