

Министерство на образованието,
младежта и науката

61. Национална олимпиада по математика

Областен кръг, втори ден, 9 април 2012 г.

Тема за 9. клас

Задача 4. Дадени са полиномите $f(x) = x^3 + ax + b$ и $g(x) = x^3 + a^2x^2 + b^2$, където a и b са реални параметри. Да се намерят всички стойности на a и b , за които точно едно от числата -2 , -1 и 1 е общ корен за $f(x)$ и $g(x)$.

Задача 5. Даден е $\triangle ABC$ с центрове I_a и I_b на външновписаните окръжности към страните BC и AC съответно. Ако M е среда на страната AB и правите MI_a и MI_b пресичат страните BC и AC съответно в точки Q и P , да се докаже, че правата PQ е успоредна на AB и минава през центъра I на вписаната в $\triangle ABC$ окръжност.

Задача 6. Дадена е компания от n души, n нечетно, в която има поне двама, които не се познават, и в която всички имат един и същ брой познати. Колко най-малко хора трябва да си тръгнат, за да остане група, в която всеки двама се познават?

Време за работа: 4 часа и 30 минути.